

QUADRO DI RIFERIMENTO

COMPETENZA MATEMATICA, SCIENTIFICO TECNOLOGICA – DIMENSIONE

MATEMATICA

Esame di Qualifica Professionale

Esame di Diploma Professionale

In questo quadro di riferimento verranno precisati i principi fondamentali sottostanti alla progettazione delle prove relative alla dimensione matematica, per quanto riguarda:

- le *dimensioni della valutazione*, cioè gli aspetti (abilità e conoscenze specifiche) della dimensione matematica interna alla competenza “matematica, scientifico tecnologica” di cui al lo Standard Minimo Formativo regionale di base valutati e la scelta degli argomenti assunti come oggetto di valutazione;
- i *modi della valutazione*, cioè le caratteristiche degli strumenti valutativi e i criteri seguiti nella costruzione delle prove.

I. Le dimensioni valutate

La valutazione fa riferimento a due dimensioni fondamentali:

- *i contenuti matematici*, cioè l’insieme dei saperi, delle conoscenze dichiarative e/o procedurali che devono essere utilizzate per affrontare i compiti proposti;
- *le abilità matematiche*, cioè i processi cognitivi e metacognitivi che devono essere attivati.

L’organizzazione dell’ambito specifico matematico imperniato sulle due componenti dei *contenuti* e dei *processi* trova riscontro nei principali quadri di riferimento internazionali (OCSE-PISA, IEA-TIMSS, USA-NAEP) e nazionali (INVALSI e Curricolo UMI)¹. Le abilità non sono mai concepite come “skills nudi”, “content-free”, ma come abilità complesse e contestualizzate che presuppongono specifiche conoscenze disciplinari; di conseguenza, né i contenuti, né i processi vengono rilevati isolatamente: ogni item è strutturato in modo tale da testare contemporaneamente, in modo privilegiato, un contenuto matematico e un processo cognitivo.

I.A. I contenuti matematici

Il *contenuto matematico* è articolato in quattro ambiti :

- *Numeri*
- *Spazio e figure*
- *Relazioni e funzioni*
- *Statistica e probabilità*

¹ Cfr. *Valutare le competenze in matematica, lettura e scienze. Quadro di riferimento PISA 2003*, INVALSI, Armando Editore; *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*, TIMSS&PIRLS International Study Center (Lynch School of Education, Boston College); *Mathematics Framework for the 2007 National Assessment of Educational Progress*, National Assessment Governing Board, U.S. Department of Education; *Quadro di Riferimento di matematica INVALSI; Matematica 2003. La matematica per il cittadino*.

La suddivisione in queste quattro ampie aree è ormai condivisa a livello internazionale ed è stata fatta propria dalle scelte operate nei documenti normativi sia a livello nazionale sia a livello regionale.

Al di là di lievi differenze terminologiche, tale strutturazione è riscontrabile nei principali framework (si veda la tabella sottostante): a livello internazionale si è ormai giunti ad individuare concordemente alcuni nuclei tematici ritenuti basilari, in quanto sembrano poter abbracciare in modo esaustivo l'ambito matematico, costituiscono le categorie fenomenologiche che descrivono i diversi tipi di problemi (quantitativi, spaziali, probabilistici) che gli individui si trovano ad affrontare nell'interazione con la realtà, consentono di seguire lo sviluppo storico della disciplina e riflettono i temi principali dei curricula scolastici.

I contenuti matematici nei principali framework internazionali e nazionali

OCSE PISA: Idee chiave		IEA TIMSS: Domini di contenuto	
NAEP (USA): Aree di contenuto		CURRICOLO UMI: Nuclei tematici	
INVALSI: Nuclei di contenuto		CURRICOLO UMI: Nuclei tematici	
<i>PISA: Quantità</i> <i>TIMSS: Numero</i> <i>NAEP: Numero</i> <i>INVALSI: Numeri</i> <i>CURRICOLO UMI: Numero</i>	Si riferisce principalmente all'aritmetica e presuppone il ragionamento quantitativo. Comprende: la comprensione del concetto di numero e del significato logico delle operazioni, il possesso di un'idea dell'ordine di grandezza dei numeri, il riconoscimento di modelli aritmetici, l'uso dei numeri per rappresentare quantità e attributi quantificabili degli oggetti del mondo reale (misure e stime).		
<i>PISA: Spazio e forma</i> <i>TIMSS: Geometria</i> <i>NAEP: Geometria (e misura)</i> <i>INVALSI: Spazio e figure</i> <i>C. UMI: Spazio e figure</i>	Si riferisce principalmente alla geometria e presuppone il ragionamento spaziale. Comprende: la capacità di individuare somiglianze e differenze nell'analisi delle proprietà delle forme, il riconoscimento di forme simili in rappresentazioni di dimensioni diverse, la comprensione delle proprietà geometriche degli oggetti e delle loro posizioni relative nello spazio.		
<i>PISA: Cambiamenti e relazioni</i> <i>TIMSS: Algebra</i> <i>NAEP: Algebra</i> <i>INVALSI: Relazioni e funzioni</i> <i>C. UMI: Relazioni e funzioni</i>	Si riferisce principalmente all'algebra e attiene a fenomeni matematici di cambiamento come relazioni di funzione e di dipendenza tra variabili. Comprende: la comprensione del significato e l'uso in contesti problematici di equazioni, disequazioni, relazioni di equivalenza o di inclusione; la capacità di rappresentare tali relazioni attraverso rappresentazioni simboliche o algebriche, grafiche o tabulari.		
<i>PISA: Incertezza</i> <i>TIMSS: Dati e caso</i> <i>NAEP: Analisi dati e probabilità</i> <i>INVALSI: Dati e previsioni</i> <i>C. UMI: Dati e previsioni</i>	Si riferisce principalmente alla statistica e alla probabilità. Comprende: la capacità di raccogliere e analizzare i dati, di elaborare una loro rappresentazione o interpretazione, la capacità di condurre un'inferenza statistica, la comprensione del concetto di probabilità, l'esecuzione di semplici calcoli probabilistici.		

A ciascun ambito possono essere ascritti determinati contenuti specifici. Qui sotto vengono indicati alcuni dei possibili oggetti di valutazione, ritenuti particolarmente significativi per accertare la competenza matematica. Tale elenco, che ha carattere

puramente esemplificativo e non intende avere alcuna pretesa di esaustività, è stato desunto dalla prassi scolastica (in particolare dalle indicazioni /segnalazioni fornite dagli insegnanti delle stesse istituzioni scolastiche e formative in cui le prove sono state somministrate), avendo come orizzonte di riferimento gli standard nazionali per l'istruzione e formazione professionale e quanto previsto dal Documento sull'obbligo.

I.B I processi matematici

Sono state individuati, secondo direzioni coerenti con i framework internazionali (si veda in particolare TIMSS), ma anche tenendo presente la prassi didattico-formativa, alcuni processi matematici che possono essere ricondotti a tre nuclei cognitivi fondamentali: *conoscere - applicare - ragionare*.

Conoscere:

fa riferimento al possesso di elementi conoscitivi essenziali (termini, concetti, procedure, teoremi, rappresentazioni simboliche, proprietà e relazioni,...); implica la riproduzione di conoscenze note e l'esecuzione di operazioni di routine, in contesti problematici familiari.

Applicare:

implica l'ampliamento dei materiali conosciuti e la loro estensione a contesti applicativi non del tutto familiari, l'integrazione e il collegamento di elementi conoscitivi o di modalità di rappresentazione differenti; fa riferimento alla capacità di analizzare e interpretare contesti problematici non completamente noti e comporta l'attivazione di processi più sofisticati del semplice ragionamento algoritmico o procedurale, quali il selezionare, il rappresentare, il modellizzare.

Ragionare:

fa riferimento alla capacità di ragionamento logico-strategico e implica l'attivazione di processi cognitivi di ordine superiore (astrazione, generalizzazione, argomentazione); implica il possesso di capacità di ragionamento avanzato quali il pianificare strategie di soluzione originali e l'applicarle in modo creativo ed efficace a contesti problematici non standard.

In particolare, i processi che si intendono rilevare attraverso i quesiti proposti sono stati desunti tra quelli presenti nel quadro di riferimento INVALSI:

- *conoscere e padroneggiare*
 - contenuti disciplinari (oggetti matematici, proprietà, strutture...),
 - algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...),
 - forme diverse di rappresentazione (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)
- *risolvere problemi utilizzando strumenti matematici* (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenze di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)
- *utilizzare forme tipiche del pensiero matematico* (congetture, verifiche, argomentazioni, definizioni, generalizzazioni...)
- *riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni* e utilizzare strumenti di misura (individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)

- *riconoscere le forme nello spazio* (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...).
- *utilizzare gli strumenti matematici* per trattare quantitativamente informazioni e per operare previsioni, in riferimento a contesti applicativi scientifici, tecnologici, economici e sociali (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni ...).

II. Il format della prova

II. A La struttura della prova

La prova consta attualmente di 18 item, cui rispondere in 90 minuti di tempo.

Di questi, 14 sono proposti a tutti gli studenti, 4 sono diversificate in base agli indirizzi Servizi e Produzione; l'opportunità di mantenere tale diversificazione, introdotta in via sperimentale tre anni fa, è dovuta alla considerazione della notevole eterogeneità e delle differenti declinazioni dei programmi nei vari indirizzi di studio. In particolare, i 4 item specifici privilegiano, in genere, temi di geometria analitica e trigonometria nei corsi ad indirizzo Produzione, temi di statistica e probabilità e semplici problemi di scelta e di matematica finanziaria, nei corsi ad indirizzo Servizi.

In ogni prova, 5 item sono di ancoraggio, ovvero sono riproposte di quesiti già utilizzati in precedenti somministrazioni, per i quali, quindi, è possibile operare un confronto sui risultati, costruire serie storiche e individuare trend temporali.

La maggior parte degli item sono indipendenti, non solo nel senso tecnico per cui risultano strutturati in modo tale che la mancata risposta ad una domanda non pregiudica la possibilità di affrontare la restante parte della prova, ma anche nel senso che ciascuna domanda è introdotta da un testo stimolo specifico.

Seguendo il modello PISA, parzialmente utilizzato anche da INVALSI, accanto ad item isolati sono stati progressivamente proposti, in numero via via crescente, anche item introdotti da uno stesso materiale stimolo: ciò permette agli studenti di confrontarsi con contesti e problemi complessi che riflettono maggiormente la vita reale, consente di ottimizzare l'uso del tempo della valutazione, riducendo il lavoro necessario per "entrare in argomento" e rende possibile l'accertamento contestuale di competenze di differente tipologia e complessità.

Accogliendo non solo le indicazioni presenti nei framework PISA e INVALSI, ma anche le sollecitazioni provenienti dagli insegnanti di diverse istituzioni scolastiche e formative, si è tentato di declinare alcuni quesiti privilegiando il versante delle competenze, più che quello delle mere conoscenze e abilità, ponendo, cioè, in rilievo l'aspetto operativo e l'uso funzionale di quanto appreso in una pluralità di contesti di realtà e in situazioni simili a quelle che si incontrano nella vita quotidiana. D'altra parte bisogna riconoscere che compiti così impostati richiedono un maggiore sforzo cognitivo da parte degli alunni e spesso fanno registrare performance piuttosto critiche.

Si è deciso, pertanto, di mantenere un certo numero di quesiti che propongono compiti "scolastici", analoghi a quelli comunemente presenti negli eserciziari dei libri di testo; facendo questi riferimento in modo esclusivo ed esplicito a oggetti, strutture, simboli matematici, non richiedono che lo studente metta in atto particolari processi di modellizzazione, formalizzazione e astrazione. Accanto a questa tipologia di compiti

che afferiscono ad un contesto intramatematico, non calato in situazioni di vita reale, sono stati, però, proposti anche compiti in cui si richiede un processo di matematizzazione, di traduzione in termini formali di una situazione problematica autentica e che implicano abilità logiche, di analisi, di ragionamento più che conoscenze specifiche particolarmente sofisticate.

I quesiti, così come il testo introduttivo e le note di accompagnamento a tabelle, figure, grafici o diagrammi, sono stati formulati in modo semplice, diretto e conciso, così da garantire, per quanto possibile, che la rilevazione della competenza matematica non sia influenzata dal possesso di competenze linguistiche.

Gli item presentano gradi di complessità diversi, in modo tale da poter valutare adeguatamente i diversi livelli di competenza degli alunni, da quelli essenziali, sino alle eccellenze.

Nell'assegnazione dei punteggi, ai fini dell'attribuzione del voto d'esame, si è confermata la scelta di attribuire un punteggio basso agli item ritenuti più difficili e un punteggio maggiore agli item valutati più semplici. La differenza dei punteggi è comunque limitata (0,2-0,3 massimo).

II. B Le tipologie dei quesiti

Una parte rilevante degli item utilizzati presenta un formato chiuso a *risposta multipla semplice* (richiede, cioè, la selezione da parte dello studente dell'unica alternativa corretta tra quattro opzioni proposte).

Sono stati progressivamente introdotti item a *risposta aperta univoca*, in cui è lo studente a dover elaborare una breve risposta (verbale o numerica). Quesiti così strutturati offrono molteplici vantaggi: ammettendo un'unica risposta esatta sono facilmente codificabili, escludono la possibilità di scelte casuali da parte degli studenti, evitano il ricorso, in fase di costruzione dell'item, a distrattori che potrebbero influenzare il costrutto che si intende valutare.

Ad oggi sono stati utilizzati in numero esiguo quesiti a risposta chiusa a *scelta multipla complessa* (serie di domande con una duplice opzione di risposta sì/no - vero/falso), e domande a *risposta aperta articolata* con schemi di correzione.

Per "cogliere" l'eterogeneità e la complessità di conoscenze ed abilità matematiche è opportuno utilizzare, accanto ai tradizionali quesiti chiusi, quesiti di tipo aperto, particolarmente adatti a testare competenze di più alto livello e processi di pensiero complessi. In questo caso, infatti, gli studenti sono chiamati a produrre una risposta ampia e complessa, attraverso cui devono dar prova di saper analizzare e/o risolvere una situazione problematica, fornire una spiegazione della soluzione elaborata, esplicitare i passaggi e le strategie impiegate per pervenire alla risposta, argomentare, addurre prove a sostegno di una tesi... È evidente che quesiti di questo tipo consentono di valutare costrutti più ampi di quelli che si possono cogliere attraverso rilevazioni più tradizionali: abilità metacognitive oltre a quelle cognitive, processi di pensiero e strategie risolutive oltre agli esiti finali. D'altra parte, è indubbio che i quesiti a risposta articolata, ammettendo un'ampia gamma di soluzioni accettabili, pongono particolari problemi in fase di codifica e richiedono l'intervento di correttori che assegnano i punteggi sulla base di un articolato schema di codifica.